	Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 2**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2\\1\\a\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3\\-1\\-4\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$.

a) Calcular, cuando sea posible, las matrices $C\cdot B^t$, $B^t\cdot C$, $B\cdot C$. **(0,75 puntos)**

b) Hallar a para que el sistema $x\cdot A+y\cdot B=4\cdot C$ de tres ecuaciones y dos incógnitas *x* e *y*, sea compatible determinado y resolverlo para ese valor de a. **(1,75 puntos)**

E2.- Sean los puntos $A(1,\ 2,\ -1)$, $P(0,\ 0,\ 5)$, $Q(1,\ 0,\ 4)$ y $R(0,\ 1,\ 6)$.

a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto *A*, es paralela al plano que pasa por los puntos *P*, *Q* y *R*, y tal que la primera componente de su vector director es doble que la segunda. **(1,75 puntos)**

b) Hallar la distancia del punto *A* al plano que pasa por *P*, *Q* y *R*. **(0,75 puntos)**

E3.- Sea la función $f(x)=\begin{cases} a\sqrt{x}+bx & \text{si } 0\le x\le 1, \\ c\ln x & \text{si } 1<x \end{cases}$. Hallar a, b y c sabiendo que $f(x)$ es continua en $(0,\infty)$, la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x=\dfrac{1}{16}$ es paralela a la recta $y=-4x+3$, y se cumple que $\int_1^e f(x)dx=2$. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Estudiar el crecimiento de la función $f(x)=x^3+3x^2-3$. **(1 punto)**

b) Probar que la ecuación $x^3+3x^2-3=0$ tiene exactamente tres soluciones reales. **(1,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.

a) ¿Para qué valores de a la matriz A es inversible? **(0,5 puntos)**

b) Estudiar el rango según los valores de a. **(0,5 puntos)**

c) Hallar a para que se cumpla $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot A$. **(1,5 puntos)**

E2.- Sean los puntos $P(1,\ 4,\ -1)$, $Q(0,\ 3,\ -2)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 4 \end{cases}$.

a) Hallar la ecuación del plano que pasa por P, por un punto R de la recta r y es perpendicular a la recta que pasa por Q y por R. **(1,5 puntos)**

b) Hallar el ángulo que forman la recta r y el plano $\pi \equiv x - y - 3 = 0$. **(1 punto)**

E3.- Sea la función $f(x) = \dfrac{x-2}{x+2}$.

a) Calcular sus asíntotas y estudiar su crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**

b) Dibujar el recinto comprendido entre la recta $y = 1$, la gráfica de la función $f(x)$, el eje OY y la recta $x = 2$; calcular el área de dicho recinto. **(1,5 puntos)**

E4.- Determinar, de entre los triángulos isósceles de perímetro 6 metros, el que tiene área máxima. **(2,5 puntos)**